

Statystyka wielowymiarowa

ćwiczenia 8

Zadanie 20

Macierz danych X składa się z dwóch kolumn: pierwsza jest wektorem $X_1 \in R^n$, $X_2 = 2X_1$. Znajdź wartości i wektory własne macierzy kowariancji i korelacji danych X .

Zadanie 21

U jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $(-1, 1)$ wektor $a \in R^3$ jest wektorem o niezerowych współrzędnych, wektor $X = aU$. Znajdź wartości i wektory własne macierzy korelacji wektora X .

Zadanie 22

U_i ($i = 1, 2$) są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na odcinku $(-1, 1)$. Wektor $X^T = [U_1, U_2, U_1 + U_2, U_1 - U_2]$. Znajdź wektory i wartości własne dla macierzy korelacji X . Jaki jest wymiar przestrzeni generowanej przez wektory własne o błędzie względnym mniejszym od: a) 20%, b) 10%?

Zadanie 23

Zmierzono długość, szerokość i wysokość (w mm) skorup 24 samic pełnego gatunku żółwi. Macierz kowariancji tego wektora jest postaci:

$$C = \begin{bmatrix} 451.4 & 271.2 & 168.7 \\ 271.2 & 171.7 & 103.3 \\ 168.7 & 103.3 & 66.6 \end{bmatrix}$$

Wyznacz wymiar przestrzeni generowanej przez wektory własne o błędzie względnym mniejszym od 10%. Jakie są korelacje między wektorami własnymi należącymi do tej przestrzeni a długością, szerokością i wysokością? Jaka jest praktyczna interpretacja tych “nowych” zmiennych, opartych na wektorach własnych, należących do tej przestrzeni?